Feststellungsprüfung 2014 im Fach Mathematik
für die Fachoberschule (Klasse 11) und Berufsoberschule (Klasse 12)
in allen Ausbildungsrichtungen

23. Juli 2014

Zugelassene Hilfsmittel: Formelsammlung, Taschenrechner
Arbeitszeit: 45 Minuten

1 Bestimmen Sie für folgende Gleichung die Lösung für x über der Grundmenge $\mathbb{R}$: (5)

$$(2x-5)^2 = (x-4)\left(2x+\frac{1}{2}\right)+7{,}5$$

2 Fassen Sie zusammen und vereinfachen Sie soweit wie möglich: (6)

$$\frac{4x}{4x-3}-\frac{(4x-1)\cdot 3x}{16x^2-9}+\frac{2x}{4x+3} \qquad \text{mit } x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\pm\frac{3}{4}\right\}$$

3 Lösen Sie folgendes Gleichungssystem rechnerisch, wobei x, y ∈ $\mathbb{R}$: (3)

$$\begin{aligned} &\text{I)} \quad 4x+2y=-7 \\ &\text{II)} \, -2x+\;\; y=8{,}5 \end{aligned}$$

4.0 Gegeben ist die quadratische Funktion p mit $p(x)=-2(x+3)^2+2$ und der Definitionsmenge $D_p=\mathbb{R}$. Ihr Graph ist eine Parabel, die im Folgenden mit P bezeichnet wird.

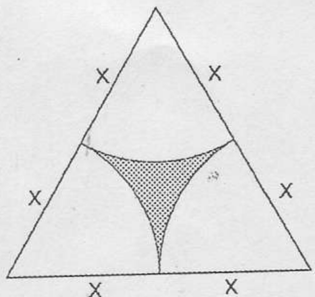
4.1 Berechnen Sie die Nullstellen von p und geben Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts von P an. (3)

4.2 Stellen Sie eine Gleichung der Geraden g auf, die durch die Punkte B(–2,5|1,5) und C(1,25|–6) verläuft. (3)

[Mögliches Ergebnis: $y=-2x-3{,}5$]

4.3 Untersuchen Sie rechnerisch, ob die Gerade g die Parabel P in 2 Punkten schneidet, sie nur in einem Punkt berührt oder an ihr vorbeiläuft, ohne sie zu schneiden. (3)

5.0 Die nebenstehende Figur ist ein gleichseitiges Dreieck mit drei kongruenten Kreissektoren, jeweils mit Radius x.



5.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge h der Höhe des nebenan abgebildeten Dreiecks in Abhängigkeit von x gilt: $h = x\sqrt{3}$. (3)

5.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt A_g der grau eingefärbten Figur für $x = 2$ auf zwei Nachkommastellen genau. (4)

(30)

Lösungsvorschlag: Feststellungsprüfung 2014 im Fach Mathematik		
1	$(2x-5)^2=(x-4)\left(2x+\frac{1}{2}\right)+7{,}5$ $\Rightarrow\ 4x^2-20x+25=2x^2-8x+\frac{1}{2}x-2+7{,}5$ $\Rightarrow\ 2x^2-12{,}5x+19{,}5=0$ $\Rightarrow\ x_{1;2}=\frac{12{,}5\pm\sqrt{12{,}5^2-4\cdot2\cdot19{,}5}}{2\cdot2}\quad\Rightarrow\ L=\{3{,}25;\ 3\}$	(5)
2	$\frac{4x}{4x-3}-\frac{(4x-1)\cdot3x}{16x^2-9}+\frac{2x}{4x+3}\quad=\quad\frac{4x}{4x-3}-\frac{12x^2-3x}{(4x-3)(4x+3)}+\frac{2x}{4x+3}$ $=\frac{4x\cdot(4x+3)}{(4x-3)(4x+3)}+\frac{-12x^2+3x}{(4x-3)(4x+3)}+\frac{2x\cdot(4x-3)}{(4x-3)(4x+3)}$ $=\frac{16x^2+12x-12x^2+3x+8x^2-6x}{(4x-3)(4x+3)}$ $=\frac{12x^2+9x}{(4x-3)(4x+3)}=\frac{3x\cdot(4x+3)}{(4x-3)(4x+3)}=\frac{3x}{4x-3}$	(6)
3	I) $4x+2y=-7$ II) $-2x+\ y=8{,}5$ $\quad\Rightarrow\quad$ $\mathrm{I}-2\cdot\mathrm{II}:\ 8x=-24\ \Rightarrow\ x=-3$ $\mathrm{I}+2\cdot\mathrm{II}:\ 4y=10\ \Rightarrow\ y=2{,}5$	(3)
4.1	$-2(x+3)^2+2=0\quad\Rightarrow\quad-2x^2-12x-16=0\quad\Rightarrow\quad x_{1;2}=\frac{12\pm\sqrt{12^2-4\cdot2\cdot16}}{-2\cdot2}$ $\Rightarrow\ x_1=-4;\ x_2=-2$ Scheitelpunkt: $S(-3\|2)$	(3)
4.2	$\left.\begin{array}{l} m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{1{,}5-(-6)}{-2{,}5-1{,}25}=-2 \\ t=y-m\cdot x=1{,}5-(-2)\cdot(-2{,}5)=-3{,}5\end{array}\right\}\ \Rightarrow\ g:y=-2x-3{,}5$	(3)
4.3	$-2x-3{,}5=-2x^2-12x-16\quad\Rightarrow\quad2x^2+10x+12{,}5=0$ Diskriminante $D=10^2-4\cdot2\cdot12{,}5=0\ \Rightarrow$ es gibt nur eine (doppelte) Lösung für x Folglich berührt die Gerade g die Parabel P in nur einem Punkt.	(3)
5.1	Nach Pythagoras gilt: $x^2+h^2=(2x)^2$ $\Rightarrow\ h^2=3x^2\quad\Rightarrow\quad h=\sqrt{3}\cdot x$	(3)
5.2	$A_{gesamt}=A_{\Delta}-A_{Halbkreis}=\frac{1}{2}\cdot4\cdot2\cdot\sqrt{3}-\frac{1}{2}\cdot2^2\cdot\pi\approx0{,}65$	(4)
		(30)

Bewertung:

BE	30–26	25–22	21–17	16–13	12–7	6–0
Note	1	2	3	4	5	6